

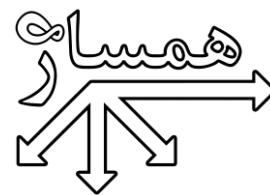
به نام او



نخستین آزمون آزمایشی المپیاد ریاضی دوره عید، روز دوم

۵ فروردین ماه ۱۳۹۳

سال دوم و سوم دبیرستان، زمان: چهار ساعت و نیم



پاسخ هر سوال را روی برگه‌ای جداگانه به همراه نام و نام خانوادگی بنویسید.

برگه‌ی فاقد ویژگی‌های فوق تصحیح نخواهد شد.

۴. روی هر نقطه از صفحه، عددی حقیقی قرار داده‌ایم. می‌دانیم برای هر مثلث دلخواه جمع چهار عدد متناظر با رئوس و مرکز ارتفاعی آن برابر صفر است. ثابت کنید همه اعداد صفر هستند.

۵. عدد تام عددی است که برابر نصف مجموع مقسوم‌علیه‌هایش باشد. (برای مثال ۶ عددی تام است زیرا $۶ = \frac{۱+۲+۳+۶}{۲}$). ثابت کنید هر عدد تام به شکل $۶k + ۱$ ، حداقل چهار عامل اول دارد.

۶. دو دایره ω_1 و ω_2 داریم. مماس مشترک‌های خارجی T_1 و T_2 مماس مشترک داخلی T را به ترتیب در نقاط X_1 و X_2 قطع می‌کنند. دو خط موازی l_1 و l_2 به ترتیب بر ω_1 و ω_2 مماس بوده و خط T_1 را به ترتیب در A_1 و B_1 قطع کرده و خط T_2 را به ترتیب در نقاط A_2 و B_2 قطع می‌کنند. می‌دانیم ω_1, ω_2 میان l_1, l_2 قرار دارند. ثابت کنید A_1X_2 موازی X_1B_2 است.

عیدی شمرد که روز نوروز شود،

هر شب به عافیت بر او روز شود!